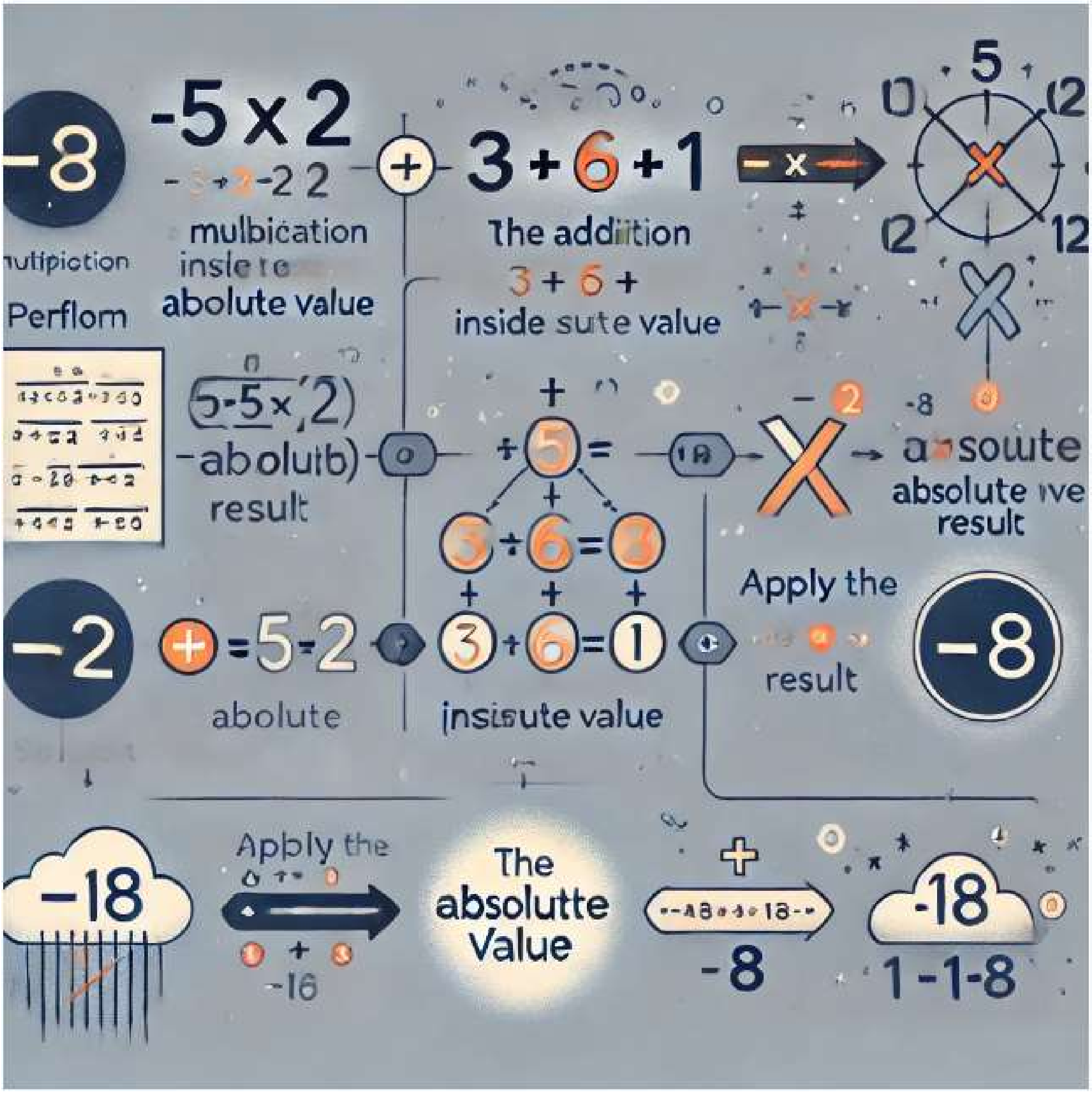
MÓDULO 3 REPRESENTACIONES SIMBÓLICAS Y ALGORITMOS



DIVISORES

Concepto: Encontrar los divisores de un número es hallar todos los números que lo dividen exactamente.

Ejemplo 1:

Divisores de 36:

1. **Encuentra los divisores de 36:**

- **1:** 36 ÷ 1 = 36 (división exacta)
- **2:** 36 ÷ 2 = 18 (división exacta)
- **3:** 36 ÷ 3 = 12 (división exacta)
- **4:** 36 ÷ 4 = 9 (división exacta)
- **6:** 36 ÷ 6 = 6 (división exacta)
- **9:** 36 ÷ 9 = 4 (división exacta)
- **12:** 36 ÷ 12 = 3 (división exacta)
- **18:** 36 ÷ 18 = 2 (división exacta)
- **36:** 36 ÷ 36 = 1 (división exacta)

Ejemplo:

Divisores de 36:

- 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Ejemplo 2: Divisores de 24:

- 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Ejercicio:

- Calcula tres divisores del 110.
  - a) 10, 11 y 22
  - b) 4, 8 y 12
  - c) 110, 220 y 330
  - d) 230, 150 y 420

Concepto: Un número es divisor de otro si al dividirlo el resultado es un número entero. Es decir, si el residuo de la división es cero.

Ejemplo: Divisores de 18:

- 1, 2, 3, 6, 9, 18
- Esto se debe a que $18 \div 1 = 18$, $18 \div 2 = 9$, $18 \div 3 = 6$, etc.

Ejercicio

- Elige los números que son divisores de 27.
  - a) 9 y 3
  - b) 7 y 3
  - c) 11 y 4
  - d) 4 y 9

Máximo Común Divisor (MCD)

Concepto: El MCD de dos números es el mayor número que divide a ambos sin dejar residuo.

Ejemplo: Máximo común divisor de 24 y 36:

- $24 = 2^3 * 3$
- $36 = 2^2 * 3^2$
- Los factores comunes son 2^2 y 3, por lo tanto, $MCD = 2^2 * 3 = 12$

Ejercicio:

- Calcula el máximo común divisor de 48 y 66.
  - a) 6
  - b) 3
  - c) 12
  - d) 11

Concepto: El máximo común divisor (MCD) de dos números es el mayor número que divide a ambos.

Ejemplo 1: MCD de 36 y 60:

- $36 = 2^2 * 3^2$
- $60 = 2^2 * 3 * 5$
- $MCD = 2^2 * 3 = 12$

Ejemplo 2:

Calcula el máximo común divisor de 210 y 126.

- a) 21
- b) 42
- c) 14
- d) 28

Paso a paso:

1. **Descomposición en factores primos de 210:**

210 = 2 × 3 × 5 × 7

2. **Descomposición en factores primos de 126:**

126 = 2 × 3^2 × 7

3. **Identifica los factores comunes:**

Los factores comunes son 2, 3, y 7. Para encontrar el MCD, se toma el menor exponente de cada factor común:

MCD = 2^1 × 3^1 × 7^1 = 2 × 3 × 7 = 42

Respuesta correcta:

- b) 42

Explicación adicional:

Ejemplo con diferentes cantidades:

Calcula el máximo común divisor de 180 y 240.

1. **Descomposición en factores primos de 180:**

180 = 2^2 × 3^2 × 5

2. **Descomposición en factores primos de 240:**

240 = 2^4 × 3 × 5

3. **Identifica los factores comunes:**

Los factores comunes son 2, 3, y 5. Para encontrar el MCD, se toma el menor exponente de cada factor común:

MCD = 2^2 × 3^1 × 5^1 = 2^2 × 3 × 5 = 4 × 3 × 5 = 60

Pregunta:

Calcula el máximo común divisor de 180 y 240.

- a) 20
- b) 30
- c) 60
- d) 90

Respuesta correcta: c) 60

Ejercicio:

- Calcula el máximo común divisor de 384 y 144.
  - a) 24
  - b) 48
  - c) 96
  - d) 12

Mínimo Común Múltiplo (MCM)

Concepto: El MCM de dos o más números es el menor número que es múltiplo de todos ellos.

Ejemplo: MCM de 6 y 8:

- 6 = 2 * 3
- 8 = 2^3
- MCM = 2^3 * 3 = 24

Ejercicio:

- Encuentra el mínimo común múltiplo de 15 y 24.
  - a) 80
  - b) 140
  - c) 60
  - d) 120

Concepto: El MCM de dos o más números es el menor número que es múltiplo de todos ellos.

Ejemplo: MCM de 6 y 8:

- 6 = 2 * 3
- 8 = 2^3
- MCM = 2^3 * 3 = 24

Ejercicio:

- Calcula el mínimo común múltiplo de 8, 5 y 2.
  - a) 15
  - b) 40
  - c) 50
  - d) 80

Propiedad Conmutativa

Concepto: La propiedad conmutativa establece que el orden de los números no afecta el resultado de la operación, ya sea en suma o multiplicación.

Ejemplo: 2 + 3 = 3 + 2

- No importa el orden de los números, el resultado siempre es 5.

Ejercicio:

- Se tiene la igualdad 2 + 5 = 5 + 2 ¿Qué propiedad de las operaciones con los números enteros se aplicó?
  - a) Asociativa
  - b) Conmutativa
  - c) Transitiva
  - d) Distributiva

Propiedad Distributiva

Concepto: La propiedad distributiva establece que un número multiplicado por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones separadas.

Ejemplo: 2(3 + 4) = 2 * 3 + 2 * 4= Tomando en cuenta el orden de las operaciones tenemos que primero es la multiplicación y luego la suma, por lo tanto, el resultado es =**14**

Ejercicio:

- El nombre de la propiedad a×(b+c)=a×b+a×c es
  - a) asociativa para el producto.
  - b) distributiva para el producto.
  - c) asociativa para la suma.
  - d) conmutativa para la suma.

Concepto: La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma.

Ejemplo: 3 * (2 + 4) = 3 * 2 + 3 * 4

Ejercicio:

- La propiedad distributiva establece que _______ para toda a, b y c que pertenecen a los números reales.
  - a) a . b . c = b . a . c
  - b) (a + b) + c = a + (b + c)
  - c) a ÷ b = c ÷ a
  - d) a .(b + c) = a .b + a . c

Concepto: Identificar la propiedad aplicada en una operación matemática.

Ejemplo: 2(3 + 4) = 2 * 3 + 2 * 4 -> Propiedad Distributiva

Ejercicio:

- ¿Qué propiedad de los números reales se aplica en la siguiente operación? -3(4 + 5) = (-3)(4) + (-3)(5)
  - **a) Distributiva**
  - b) Asociativa
  - c) Conmutativa
  - d) Multiplicativa

Proporciones

Concepto: Una proporción es una relación entre dos cantidades que expresa cuántas veces una cantidad contiene a la otra. Se usa para resolver problemas de relación y equivalencia.

Ejemplo: Relación de 3 a 7:

- Si 3 lápices cuestan $7, ¿cuánto costarán 9 lápices?
- (3/7) = (9/x), resolviendo x obtenemos que x = 21

Ejercicio:

- Un instructor físico asegura que para tener una buena condición, la relación entre lagartijas y sentadillas es de 2 a 5. Si se hacen 20 lagartijas, entonces ¿cuántas sentadillas se deben hacer?
    - a) 8
    - b) 23
    - c) 50
    - d) 100

Problemas de Proporción

Concepto: Usar la proporcionalidad directa para encontrar una cantidad desconocida basada en una relación conocida.

Ejemplo: Si un coche recorre 300 km en 5 horas, ¿cuánto recorrerá en 3 horas?

- (300 km / 5 horas) = (x km / 3 horas)
- Resolviendo x obtenemos que x = 180 km

Ejercicio:

- Si un automóvil recorre una distancia de 340 kilómetros en 300 minutos, ¿qué distancia recorrerá el mismo automóvil en 80 minutos?
    - a) 54.40 KM
    - b) 70.58 KM
    - c) 90.66 KM
    - d) 117.80

Problemas de Movimiento

Concepto: En problemas de movimiento, se consideran avances y retrocesos para encontrar la solución. Se trata de encontrar el avance neto por ciclo (día/noche) y calcular cuántos ciclos son necesarios para alcanzar la meta.

Ejemplo: Un caracol sube una pared de 10 metros, avanza 4 metros de día y retrocede 1 metro de noche.

- Avance neto por día: 4 - 1 = 3 metros
- Necesita 3 días para llegar a 9 metros, y en el cuarto día sube el último 1 metro.

Ejercicio:

- Un caracol quiere subir una pared de 5 metros de altura. Durante el día sube 3 metros, pero durante la noche duerme y resbala 2 metros. ¿En cuántos días el caracol llega a la parte alta de la pared?
    - a) 3
    - b) 5
    - c) 4
    - d) 2

Explicación:

- Avance neto por día: 3 - 2 = 1 metro
- En el tercer día, sube los 3 metros restantes y alcanza la cima.

Conversiones de Unidades

Concepto: Para convertir unidades, se utilizan factores de conversión. Se multiplica el valor inicial por el factor de conversión adecuado.

Ejemplo: 1 pulgada = 2.54 cm

- Para convertir 10 pulgadas a centímetros: 10 pulgadas * 2.54 cm/pulgada = 25.4 cm

Reactivo 6

- Convierte 12 pulgadas a centímetros.
    - a) 30.48
    - b) 7.9
    - c) 4.05
    - d) 0.12

Concepto: Convertir unidades utilizando factores de conversión.

Ejemplo: 1 milla = 1.609 km

- Para convertir 10 millas a kilómetros: 10 millas * 1.609 km/milla = 16.09 km

Ejercicio:

- Una familia mexicana va a visitar a unos parientes que viven a 70 millas de Tucson, Arizona. ¿Cuál es su equivalencia en kilómetros, sabiendo que 1 milla equivale a 1,609 metros y 1 kilómetro es igual a 1,000 metros?
    - a) 112.63
    - b) 112, 630
    - c) 22.98
    - d) 22, 980

Operaciones Aritméticas Básicas

Orden de Operaciones

Para resolver expresiones matemáticas de manera correcta, es fundamental seguir una secuencia específica, conocida como el orden de operaciones. El acrónimo PEMDAS es útil para recordar este orden:

1. **Paréntesis** (P)
2. **Exponentes** (E)
3. **Multiplicación y División** (MD)
4. **Adición y Sustracción** (AS)

Cada paso se resuelve de izquierda a derecha.

Detalle del Orden de Operaciones

1. Paréntesis (P)

- Resuelve primero todas las operaciones dentro de los paréntesis.
- Si hay múltiples niveles de paréntesis, empieza por los más internos.

Ejemplo: $2\times(3+(2\times4))$

Resuelve el paréntesis interno primero:

$2\times(3+8)$

Luego, resuelve el paréntesis externo:

$2\times11=22$

2. Exponentes (E)

- Después de los paréntesis, resuelve cualquier exponente o raíz cuadrada.

Ejemplo : 3^2+4

Resuelve el exponente:

$9+4=13$

3. Multiplicación y División (MD)

- Resuelve de izquierda a derecha.

- La multiplicación y división se resuelven en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha.

Ejemplo: 6÷2×3

Primero, resuelve la división:

3×3=9

4. Adición y Sustracción (AS)

- Finalmente, resuelve sumas y restas de izquierda a derecha.
- La adición y sustracción se resuelven en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha.

Ejemplo: 10−4+2

Primero, resuelve la resta:

6+2=8

Ejemplo Completo

Vamos a aplicar el orden de operaciones a una expresión compleja:

$3 + 2 \times (4^2 - 1) \div 5$

1. **Paréntesis:** $3 + 2 \times (16 - 1) \div 5$
2. **Resuelve el paréntesis:** $3 + 2 \times 15 \div 5$
3. **Exponentes:** (No hay exponentes adicionales en esta etapa)
4. **Multiplicación y División de izquierda a derecha:**

   $3 + (2 \times 15) \div 5$
   $3 + 30 \div 5$
   $3 + 6$

5. **Adición y Sustracción de izquierda a derecha:** 3+6=9

Resumen

Para resolver cualquier expresión matemática correctamente, sigue siempre este orden:

1. **Paréntesis**
2. **Exponentes**
3. **Multiplicación y División** (de izquierda a derecha)
4. **Adición y Sustracción** (de izquierda a derecha)

Realizar operaciones aritméticas combinando sumas, restas, multiplicaciones y valores absolutos para obtener el resultado final.

Ejemplo: 2 + |3 - 7| + |4 * 2|

- Paso 1: |3 - 7| = |-4| = 4
- Paso 2: |4 * 2| = 8
- Paso 3: 2 + 4 + 8 = 14

Ejercicio:

- Resuelve la siguiente operación. 2 - |1-5| + |6 x 3|
    - a) 24
    - b) 12
    - c) 16
    - d) 32

Operaciones con Números Enteros

Concepto: Resolver operaciones combinadas con enteros y valores absolutos.

Ejemplo: |2 - 5 + 3| = Recordando que el orden en el que se resuelven las operaciones, cuando tienen sólo sumas y restas o sólo multiplicaciones y divisiones es de izquierda a derecha, el resultado es = |0|

Ejercicio:

- Resuelve la siguiente operación. |-5+7-8+1|
    - a) 5
    - b) -5
    - c) 3
    - d) -3

Operaciones Combinadas

Concepto: Resolver operaciones combinadas de multiplicación y valores absolutos.

Ejemplo:

Resuelve la siguiente operación: (−7×4)|+(6×2)

Paso a paso:

1. **Primero, resuelve la multiplicación dentro del valor absoluto:**

(−7×4)=−28

2. **Aplica el valor absoluto:**

|−28|=28

3. **Luego, resuelve la segunda multiplicación:**
4. (6×2)=12
5. **Finalmente, suma los resultados:**

28+12=40

Pregunta:

Resuelve la siguiente operación: $|(-7 \times 4)| + (6 \times 2)$

- a) 14
- b) -16
- c) 40
- d) 24

Respuesta correcta: c) 40

Ejercicio:

- Resuelve la siguiente operación. |(-9 x 3)|+(5 x 3)
    - a) 216
    - b) -12
    - **c)** 42
    - d) -90

Concepto: Resolver operaciones combinadas de **multiplicación** y valores absolutos.

Ejemplo:

Resuelve la siguiente operación: $(-5\times2)-|3+6-1|$

Paso a paso:

1. **Primero, resuelve la multiplicación:** $(-5\times2)=-10$
2. **Luego, resuelve la operación dentro del valor absoluto:** $3+6-1=8$
3. **Aplica el valor absoluto:** $|8|=8$
4. **Finalmente, realiza la resta:** $-10-8=-18$

Pregunta:

Resuelve la siguiente operación: $(-5\times2)-|3+6-1|$

- a) -18
- b) -4
- c) 4
- d) 20

Respuesta correcta: a) -18

Ejercicio:

- Resuelve la siguiente operación. (-4 x 3) - |2+9-3|
  - a) -20
  - b) -4
  - c) 4
  - d) 20

Fracciones y Pesos

Suma de Fracciones

1. Fracciones con el mismo denominador

Cuando las fracciones tienen el mismo denominador, simplemente suma los numeradores y mantén el denominador.

Ejemplo:

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=\frac{2+3}{5}=\frac{5}{5}=1$$

2. Fracciones con denominadores diferentes

Para sumar fracciones con diferentes denominadores, sigue estos pasos:

1. **Encuentra un denominador común:** El denominador común es un múltiplo común de los denominadores de las fracciones. El mínimo común denominador (MCD) es el más pequeño de estos múltiplos.
2. **Ajusta las fracciones al denominador común:** Convierte cada fracción a una fracción equivalente con el denominador común.
3. **Suma los numeradores:** Una vez que las fracciones tienen el mismo denominador, suma los numeradores y mantén el denominador común.
4. **Simplifica la fracción resultante:** Si es posible, simplifica la fracción a su forma más simple.

Ejemplo:

Suma las fracciones $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{3}$.

Paso 1: Encuentra el denominador común

- Los denominadores son 4 y 3.
- El mínimo común denominador (MCD) de 4 y 3 es 12.

Paso 2: Ajusta las fracciones al denominador común

- $\frac{1}{4}=\frac{1\times 3}{4\times 3}=\frac{3}{12}$
- $\frac{2}{3}=\frac{2\times 4}{3\times 4}=\frac{8}{12}$

Paso 3: Suma los numeradores

- $\frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$

Paso 4: Simplifica la fracción resultante

- En este caso, $\frac{11}{12}$ ya está en su forma más simple.

Ejemplo con más detalle

Suma $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{3}$.

Paso 1: Encuentra el denominador común

- Los denominadores son 5 y 3.
- El mínimo común denominador (MCD) de 5 y 3 es 15.

Paso 2: Ajusta las fracciones al denominador común

- $\frac{2}{5} = \frac{2\times3}{5\times3} = \frac{6}{15}$
- $\frac{1}{3} = \frac{1\times5}{3\times5} = \frac{5}{15}$

Paso 3: Suma los numeradores

- $\frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$

Paso 4: Simplifica la fracción resultante

- En este caso, $\frac{11}{15}$ ya está en su forma más simple.

Resumen

1. **Mismo denominador:**
    - Suma los numeradores.
    - Mantén el denominador.
    - Simplifica si es posible.
2. **Diferentes denominadores:**
    - Encuentra el denominador común (mínimo común denominador).
    - Ajusta cada fracción al denominador común.
    - Suma los numeradores.

- Mantén el denominador.
- Simplifica si es posible.

Importante: Sumar fracciones para obtener un total y convertirlas en una fracción mixta o simplificar.

Ejemplo: ¿Cuánto pesa una bolsa con 1/2 kg de arroz y 1 1/4 kg de frijoles?

- 1/2 + 1 1/4 = 1/2 + 5/4 = 2/4 + 5/4 = 7/4 kg

Ejercicio:

- ¿Cuánto pesa una bolsa con 3/4 kg de maíz y 4 kg de manzanas?
  - a) 7/4
  - b) 7/8
  - c) 19/4
  - d) 19/8

Descuentos y Porcentajes

Concepto: Aplicar porcentajes de descuento en secuencia para obtener el precio final.

Ejemplo: Precio original de $100 con 10% y 5% de descuento adicional:

- 10% de $100 = 100x.10=$10,
- $100 -$10= precio después del primer descuento = $90
- 5% de $90 = 90x.05=$4.50, $90 -$4.50=precio final = **$85.50**

Ejercicio:

- Hay una promoción de un videojuego con una rebaja del 20%. Además, la tienda tiene en cajas un descuento adicional del 5% sobre el precio ya rebajado. Si el videojuego tiene un costo de venta de 6,500 pesos, ¿cuánto costará con los descuentos aplicados?
  - a) $2, 600
  - b) $4, 875
  - **c**) $4, 940
  - d) $5, 200

Multiplicación de Signos

En matemáticas, la multiplicación de números con signos sigue ciertas reglas específicas. Estas reglas son fundamentales y se aplican siempre, independientemente de los números involucrados.

Reglas Básicas

1. **Multiplicación de dos números positivos:** $(+)\times(+)=+$
2. **Multiplicación de dos números negativos:** $(-)\times(-)=+$
3. **Multiplicación de un número positivo y un número negativo:**

$(+)\times(-)=-$

$(-)\times(+)=-$

Ejemplos Detallados

1. Multiplicación de dos números positivos

$(+3) \times (+4)=12$

Explicación:

- Multiplicar dos números positivos da como resultado un número positivo.

2. Multiplicación de dos números negativos

$(-5) \times (-2)=10$

Explicación:

- Multiplicar dos números negativos da como resultado un número positivo.

3. Multiplicación de un número positivo y un número negativo

$(+7) \times (-3)=-21$

Explicación:

- Multiplicar un número positivo por un número negativo da como resultado un número negativo.

4. Multiplicación de un número negativo y un número positivo

$(-4) \times (+6)=-24$

Explicación:

- Multiplicar un número negativo por un número positivo da como resultado un número negativo.

Visualización de las Reglas

Para entender mejor estas reglas, puedes imaginarte el comportamiento de los signos en una recta numérica o en un contexto de ganancias y pérdidas.

- **Dos positivos:** Cuando tienes dos ganancias (algo positivo), el resultado sigue siendo una ganancia.
- **Dos negativos:** Cuando tienes dos pérdidas (algo negativo), el efecto de una pérdida sobre otra "se cancela", resultando en una ganancia.
- **Positivo y negativo:** Cuando tienes una ganancia y una pérdida, el resultado es una pérdida, ya que la pérdida anula la ganancia.

Resumen de las Reglas

- $(+)\times(+)=+$
- $(-)\times(-)=+$
- $(+)\times(-)=-$
- $(-)\times(+)=-$

Ejemplo Completo

Vamos a aplicar estas reglas en una expresión más compleja:

Ejemplo:

$(-2)\times(-3)\times4\times(-1)$

1. Primero, multiplica los dos primeros números: $(-2)\times(-3)=6$
2. Luego, multiplica el resultado por el siguiente número: $6\times4=24$
3. Finalmente, multiplica por el último número: $24\times(-1)=-24$

Resultado: $(-2)\times(-3)\times4\times(-1)=-24$

Suma y Resta de Enteros

Concepto: Realizar operaciones con números enteros, incluyendo negativos.

Ejemplo 1: -10 + 5 - 3 + 8:

- -10 + 5 = -5
- -5 - 3 = -8
- -8 + 8 = 0

Ejemplo 2:

Resuelve la operación −8−(10)+(−5)+6−(−12)-8 - (10) + (-5) + 6 - (-12)−8−(10)+(−5)+6−(−12).

Paso a paso:

1. **Primero, deshaz los paréntesis:**

−8−10+(−5)+6−(−12)-8 - 10 + (-5) + 6 - (-12)−8−10+(−5)+6−(−12)

2. **Suma y resta en el orden en que aparecen:**

−8−10=−18-8 - 10 = -18−8−10=−18

3. **Continúa con la siguiente operación:**

−18+(−5)=−23-18 + (-5) = -23−18+(−5)=−23

4. **Continúa sumando:**

−23+6=−17-23 + 6 = -17−23+6=−17

5. **Y finalmente resta (-12) que es igual a sumar 12:**

−17−(−12)=−17+12=−5-17 - (-12) = -17 + 12 = -5−17−(−12)=−17+12=−5

Entonces, la operación −8−(10)+(−5)+6−(−12)-8 - (10) + (-5) + 6 - (-12)−8−(10)+(−5)+6−(−12) se resuelve de la siguiente manera:

Resultado: -5

Ejercicio:

- Al resolver la operación -13-(15) + (-2) + 7-(-30) se obtiene como resultado
  - a) 7
  - b) -19
  - c) -49
  - d) 37

Problemas de Edades (Regla de tres)

Concepto: Usar sistemas de ecuaciones para resolver problemas de edades.

Ejemplo 1:

La diferencia de edades entre C y D es de 6 años. Hace 3 años, la edad de C era el triple de la de D.

1. **Planteamos las ecuaciones basadas en la información:**

- $c-d=6$

2. $c-3=3(d-3)$

Resolvemos el sistema de ecuaciones:

Primero, despejamos c en la primera ecuación:

O sea d está en resta, pasa sumando $c=d+6$,

Sustituimos c en la segunda ecuación: $(d+6) - 3= 3(d-3)$

Simplificamos: $d+3=3d-9$

Resolvemos para d:

$$3+9=3d-d$$
$$12=2d$$
$$d=6$$

Sustituimos d en la primera ecuación para encontrar c:

$$c=6+6$$
$$c=12$$

Resultado:

Las edades de C y D son:

- C: 12 años
- D: 6 años

Explicación adicional:

Ejemplo con diferentes cantidades:

La diferencia de edades entre E y F es de 8 años. Hace 4 años, la edad de E era el cuádruple de la de F.

1. **Planteamos las ecuaciones:**

- $e - f = 8$
- $e - 4 = 4(f - 4)$

Resolvemos el sistema de ecuaciones:

Primero, despejamos **e** en la primera ecuación:

$e = f + 8$ o sea f está restando, pasa sumando.

Sustituimos **e** en la segunda ecuación:

$(f+8) - 4 = 4(f - 4)$

Simplificamos:

$f + 4 = 4f - 16$

Resolvemos para f:

$$4 + 16 = 4f - f$$
$$20 = 3f$$
$$f = \frac{20}{3} \approx 6.67$$

Sustituimos f en la primera ecuación para encontrar e:

$$e = 6.67 + 8$$
$$e = 14.67$$

Pregunta:

La diferencia de edades entre E y F es de 8 años. Hace 4 años, la edad de E era el cuádruple de la de F. ¿Cuáles son las edades de E y F?

Resolviendo el sistema obtenemos las edades:

- E: 14.67 años
- F: 6.67 años

Ejemplo : La diferencia de edades entre A y B es de 10 años. Hace 5 años, la edad de A era el doble de la de B.

- x - y = 10
- x - 5 = 2(y - 5)
- Resolviendo el sistema obtenemos las edades.

Ejercicio:

- Las edades de Karen y Sonia se diferencian en 57 años y hace 10 años la edad de Karen era el cuádruple de la de Sonia. Si x es la edad de Karen y y la de Sonia. ¿Cuál es la edad de cada una de ellas?
    - a) Karen 86 y Sonia 29 años
    - b) Karen 29 y Sonia 86 años
    - **c)** Karen 76 y Sonia 19 años
    - d) Karen 19 y Sonia 76 años

Porcentajes

Ejemplo:

En un equipo de 50 personas, 35 completaron el proyecto a tiempo. ¿Qué porcentaje completó el proyecto a tiempo?

Paso a Paso:

1. **Identifica el número total de personas:**
    - Total de personas: 50
2. **Identifica el número de personas que completaron el proyecto:**
    - Personas que completaron el proyecto: 35
3. **Calcula el porcentaje usando la fórmula:**

    Aquí vemos que 50 sería el 100% por lo tanto nuestra interrogante qué porcentaje serán las 35 personas.

    Es una regla de 3… 50 100%

    35 X

    En otras palabras… se multiplica (35 x 100)/50 =**70**

Resultado:

El 70% del equipo completó el proyecto a tiempo.

Pregunta:

En un equipo de 50 personas, 35 completaron el proyecto a tiempo. ¿Qué porcentaje completó el proyecto a tiempo?

- a) 60%
- b) 65%
- **c) 70%**
- d) 75%

Ejemplo 2: En una clase de 40 estudiantes, 30 pasaron el examen. ¿Qué porcentaje pasó?

- (30/40) * 100 = 75% O sea si 40 es a 100% , 30 a qué porcentaje será:
- Esto es una regla de 3: 40 100%

30 X

Se multiplica (30x 100)/40

Ejercicio:

- En un colegio hay 800 alumnos. Si 600 salieron de excursión, ¿qué porcentaje de alumnos fue de excursión?
    - a) 25%
    - b) 66%
    - c) 75%
    - d) 80%

Proporciones en Recetas

Concepto: Usar proporciones para ajustar cantidades en recetas de cocina.

Ejemplo: Cada 1 kg de carne necesita 20 minutos de cocción. Para 3 kg:

- Estamos hablando de una regla de 3 también:
- Esto es… Si 1kg necesita 20 minutos

3kg cuánto X

Multiplicamos 3 x 20 y el resultado lo dividimos entre 1= 60 minutos.

Ejercicio:

- Una receta de cocina indica que cada medio kilo de pollo, debe mantenerse en el horno 20 minutos a fuego medio. ¿Cuántos minutos se necesitan para cocer un pollo de 2.5 Kg?
    - a) 50
    - b) 62.5
    - c) 80
    - d) 100

Razones

Concepto: Una razón es una relación entre dos cantidades que expresa cuántas veces una cantidad contiene a la otra.

Ejemplo:

Relación de velocidad:

- 150 km en 3 horas: $\frac{150}{3} = 50 \text{ km/h}$

Ejemplo 2: Relación de velocidad:

Ejemplo:

Si un pintor puede pintar 5 cuadros de la misma tamaño en un tiempo de 7 horas, ¿cómo se representa la razón de cuadros por tiempo?

Paso a paso:

1. **Identifica el número de cuadros pintados:**
    - Cuadros pintados: 5
2. **Identifica el tiempo total empleado:**
    - Tiempo total: 7 horas
3. **Represента la razón de cuadros por tiempo:**

$$\text{Razón: } \frac{5}{7} \text{ o } 5{:}7$$

Pregunta:

Si un pintor puede pintar 5 cuadros de la misma tamaño en un tiempo de 7 horas, ¿cómo se representa la razón de cuadros por tiempo?

- a) 5X7
- b) 7X5
- c) 5:7
- d) 7:5

Respuesta correcta: c) 5:7

Ejercicio:

- Si una secretaria puede hacer 3 escritos de la misma longitud en un tiempo de 4 horas, ¿cómo se representa la razón de escritos por tiempo?
  - a) 3X4
  - b) 4X3
  - c) 3:4
  - d) 4:3

Proporciones en Mezclas

Concepto: Calcular proporciones en mezclas para obtener la cantidad necesaria de cada componente.

Ejemplo: Por cada 4 kg de arena, se mezclan 2 kg de cemento. Razón: 2/4 = 1/2

Ejercicio:

- Una fórmula de mezcla para construcción recomienda que por cada 4 Kg de arena y 5 lt de agua se mezclen 7 Kg de cemento. ¿Cuál es la razón que representa la mezcla entre cemento y arena?
  - a) 7/4
  - b) 7/5
  - c) 4/7
  - d) 5/7

Ecuaciones

Concepto: Resolver problemas usando sistemas de ecuaciones.

Ejemplo:

La suma de dos números es 15 y uno es el triple del otro. ¿Cuáles son los números?

1. **Planteamos las ecuaciones basadas en la información:**

- x+y=15
- x=3y

2. **Sustituimos xxx en la primera ecuación:**

   3y+y=15

3. **Simplificamos y resolvemos para y:**

$$4y = 15$$
$$y = \frac{15}{4}$$
$$y = 3.75$$

4. **Sustituimos y en la segunda ecuación para encontrar x:**

$$x = 3 \times 3.75$$
$$x = 11.25$$

Resultado:

Los números son:

- x=11.25
- y=3.75

Explicación adicional:

Ejemplo con diferentes cantidades:

La suma de dos números es 20 y uno es la mitad del otro. ¿Cuáles son los números?

1. **Planteamos las ecuaciones:**

- x+y=20
- $x = \frac{1}{2}y$

2. **Sustituimos xxx en la primera ecuación:**

$$\frac{1}{2}y + y = 20$$

3. **Simplificamos y resolvemos para y:**

$$\frac{3}{2}y = 20$$
$$y = \frac{20\times2}{3}$$
$$y = 13.33$$

4. **Sustituimos y en la segunda ecuación para encontrar x:**

$$x = \frac{1}{2} \times 13.33$$
$$x = 6.67$$

Pregunta:

La suma de dos números es 20 y uno es la mitad del otro. ¿Cuáles son los números?

- x=6.67
- y=13.33

Ejemplo: La suma de dos números es 10 y uno es el doble del otro. ¿Cuáles son los números?

- x + y = 10
- x = 2y
- 2y + y = 10 -> y = 3.33, x = 6.67

Ejercicio:

- La suma de dos números es 20 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?
    - a) 16 y 4
    - b) 15 y 5
    - c) 14 y 6
    - d) 12 y 8

Números Reales

Concepto: Los números racionales e irracionales forman el conjunto de los números reales.

Ejemplo: Racionales: **1/2, 3/4** Irracionales: **√2, π**

Ejercicio: Los números racionales e irracionales forman al conjunto de los números

- a) Reales
- b) irracionales.
- c) enteros.
- d) naturales.